Щоб знайти істину, кожен повинен
хоча б раз у житті звільнитися від
засвоєних ним уявлень і зовсім
по-новому побудувати
систему своїх поглядів.

Р. Декарт

Фундаментально новий метод чисельного порівняння рішень [1,2]

Методологія вибору найкращого рішення на основі процедури їхнього чисельного порівняння є актуальною як для економічної теорії, так і для економічної практики. Дослідженням питань порівняння і вибору рішень займалися в різних аспектах: М. Аллє, Д. Бойд, Р. Браун, А. Вальд, Л. Євланов, Д. Канеман, Р. Кіні, В. Ковпаков, К. Кумбс, О. Ларічев, Ч. Ліндблом, Дж. Марч, О. Моргенштерн, Дж. Нейман, В. Парето, Х. Райфа, Ф. Рамсей, Т. Сааті, В. Савчук, Г. Саймон, В. Ситнік, А. Тверскі, В. Ткаченко, В. Тронь, П. Фішберн, Б. Холод, Н. Чумаченко, А. Шеремет, М. Еддоус і багато інших.

Питання порівняння і вибору альтернатив досліджувалися в рамках цілого ряду теорій: «теорії корисності», «теорії прийняття рішень», «теорії максимальної ефективності», «теорії загальної економічної рівноваги», «теорії відносин», «теорії вимірів», «теорії виключення по аспектах», «теорії перспектив» та ін.

Настільки пильна увага вчених і практиків, що приділяється зазначеним питанням, пояснюється особою, ключовою роллю етапу порівняння і вибору альтернатив у процесі прийняття будь-якого рішення.

---

[1] Дворіччю моєї доньки Анни присвячується.

[2] Автор висловлює глибоку подяку дружині –Галасюк Наталії Валентинівні та сину – Галасюку Віктору Валерійовичу за допомогу, надану при підготовці цієї статті.

В економіці багато задач розв'язуються за допомогою *чисельного* порівняння величин, тому питання *чисельного* порівняння альтернатив є актуальними для економічної теорії і практики.

Проблеми порівняння і вибору альтернатив виникають навіть при чисельному порівнянні двокритеріальних альтернатив, але особливо вони виявляються при чисельному порівнянні багатокритеріальних альтернатив.

Багаторічні теоретичні дослідження, що узагальнюють практичний досвід фахівців консалтингової групи «КАУПЕРВУД» (www: www.cowperwood.dnepr.net) дозволили автору запропонувати фундаментально новий метод чисельного порівняння рішень - **«метод Галасюка для порівняння векторних величин»**.

У даній статті будуть викладені підстави і суть «методу Галасюка для чисельного порівняння векторних величин». Буде продемонстровано, що для рішення задач чисельного порівняння альтернатив недостатньо використання скалярних і векторних величин, а також традиційних положень векторної геометрії й алгебри. Крім того, буде показано, що для рішення задач чисельного порівняння і вибору альтернатив недостатньо використання тільки дійсних (раціональних чи ірраціональних), уявних і комплексних чисел, - необхідне введення принципово нового виду чисел – «чисел Галасюка».

Порівняння скалярних величин

Загальновідомо, що в математиці, порівнюючи дві *скалярні* величини X й Y, виражені дійсними числами, відповідають на одне з двох питань:

а) на скільки одне число більше іншого;

б) у скільки разів одне число більше іншого.

Тобто, порівняння скалярних величин здійснюється або за допомогою операції віднімання: $X - Y$, або за допомогою операції ділення: $\frac{X}{Y}$.

Більшість людей навіть не підозрює про те, що ці два елементарних способи порівняння *скалярних* величин, у переважній кількості випадків, при порівнянні двох величин фіксують ступінь їхньої чисельної нерівності як *різну*. Ця парадоксальна ситуація є наслідком ***ефекту «G-гіперболізму». Ефект «G-гіперболізму»* - це неідентичність оцінок нерівності двох порівнюваних величин, здійснених на основі двох вихідних типів критеріїв: X – Y і** $\frac{X}{Y}$ [1,2].

У результаті виконаних досліджень нам вдалося з'ясувати, що ефект «G-гіперболізму» виникає при обчисленні відношення чисел: $\frac{X}{Y}$. Ефект «G-гіперболізму» відсутній лише в трьох випадках: при рівності порівнюваних величин і/або при рівності одиниці знаменника відношення: $\frac{X}{Y}$ [1,2].

Було також продемонстровано викривлюючий вплив ефекту «G-гіперболізму» на чисельні значення ланцюгових й базисних індексів росту, що виявляється в неадекватності відображення ними динаміки процесів, та ставить під сумнів можливість використання індексів для коректної оцінки динаміки процесів [3].

Виявлення фактів неадекватного відображення ступеня нерівності двох порівнюваних *скалярних* величин критеріями вихідного типу $\frac{X}{Y}$ привело автора до питання: « чи є коректним порівняння двох *скалярних* величин за допомогою процедури ділення однієї з них на іншу?»

Недавно я запитав свою старшу трирічну доньку Машеньку: «Скільки років твоєму цуценяті?» Машенька відповіла: «Один рік і п'ять градусів». Відповідь викликала поблажливу посмішку в дорослих. Разом з тим, порівнюючи *скалярні* величини за допомогою операції ділення ми, по суті, діємо аналогічно Маші. Чому? Постараюся пояснити.

Можливі всього тринадцять варіантів співвідношення на числовій осі чисельних значень двох порівнюваних *скалярних* величин X й Y, що *якісно* відрізняються (див. рис.1).

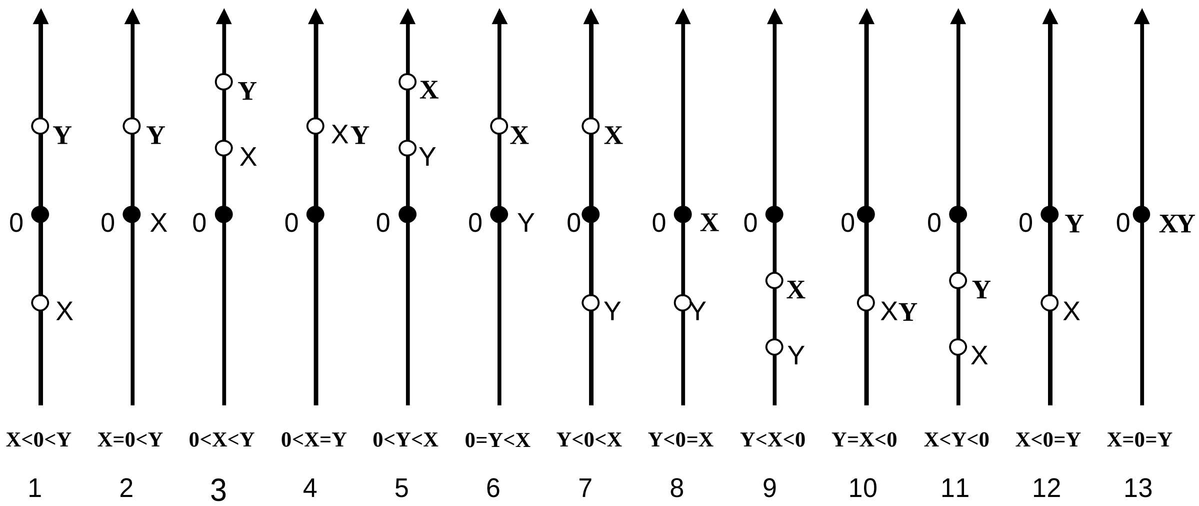

Рис. 1. «Чотки Галасюка»

При порівнянні двох величин X й Y за допомогою критерію вихідного типу X – Y при будь-якому варіанті їхнього співвідношення на числовій осі не виникає проблем. Адже незалежно від значень величин X й Y, критерій вихідного типу X–Y у всіх випадках ***однозначно*** характеризує *відстань* між будь-якими крапками X й Y на числовій осі. Це свідчить про *адекватність* критерію вихідного типу X–Y задачі порівняння *скалярних* величин на числовій осі. Геометричний образ різниці *скалярних* величин X й Y – *відрізок прямої* (див. рис. 2). Говорячи ще точніше, – ***відрізок числової осі.***

Рис. 2. Геометричний образ різниці(X-Y) двох скалярних величин X й Y

Якщо ж ми спробуємо порівняти *скалярні* величини X й Y за допомогою критерію вихідного типу $\frac{X}{Y}$, то для варіантів співвідношення їхніх значень на числовій осі 6, 12, 13 ми не зможемо обчислити частку від ділення, що свідчить про *неадекватність* критерію вихідного типу $\frac{X}{Y}$ задачі порівняння *скалярних* величин на числовій осі. Більш того, якщо ми спробуємо зафіксувати геометричний образ відношення $\frac{X}{Y}$ величин X й Y, то побачимо, що цим образом є ***кут а*** прямокутного трикутника[3]. Як відомо, відношення різних пар сторін прямокутного трикутника мають назву тригонометричних функцій його гострого кута (sin a, cos a, tg a, ctg a, sec a, cosec a). Для зручності у якості прикладу ми будемо розглядати прямокутний трикутник, в якому X є протилежним катетом, а Y – прилежним (див. рис. 3). В цьому випадку, відношення $\frac{X}{Y}$ буде характеризувати значення *тангенса* цього *кута а*. Аналізуючи цю ситуацію, ми з Вами побачимо, що, оцінюючи за допомогою відношення $\frac{X}{Y}$ ступінь нерівності ***скалярних*** величин X й Y, які, як відомо, характеризуються ***виняткова*** *числовими значеннями* й зображуються *виняткова* **на числовій осі**, ми, по суті, оцінюємо ступінь їхньої нерівності за допомогою *характеристики* **кута**, який відображує взаємне розташування ***на площині*** двох відрізків прямої, довжина яких відповідно дорівнює X й Y.

Машенька, відповідаючи на поставлене питання, виявилася не так вже й далеко від істини! У всякому разі, вона набагато ближче до істини, ніж ті економісти, що характеризують динаміку процесів *виняткова* за допомогою показників темпів росту або індексів росту. Адже, відповідаючи на питання про те, у скільки разів величина X більше величини Y, вони, по суті, відповідають: «Тангенс кута а », або «Котангенс кута а», або «Сінус кута а», або «Косінус кута а»..., тобто «Тригонометрична функція кута а».

[3] Будь-яку обчислювальну задачу геометрії можна звести до рішення трикутників, тобто до обчислення невідомих величин трикутника по відомим значенням двох його величин. В свою чергу, рішення будь-якого трикутника, в кінцевому рахунку, зводиться до рішення прямокутних трикутників.

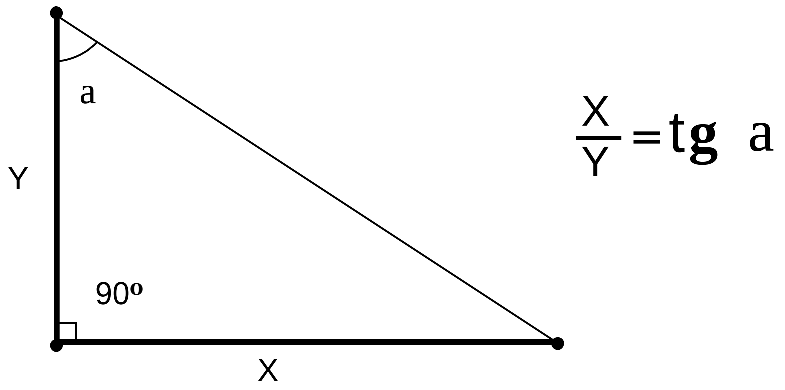

Рис. 3. Геометричний образ відношення ($\frac{X}{Y}$) двох величин X й Y

Неважко побачити, що, *застосовуючи критерій вихідного типу* $\frac{X}{Y}$ *для порівняння скалярних величин X й Y, ми, по суті, здійснюємо перехід від порівняння величин* ***на числовій осі*** *до порівняння величин* ***на площині.***

У цьому випадку, величини X й Y, точно кажучи, вже не є ***скалярними***, але вони ще і не є ***векторними***. Адже вектор є визначеним лише тоді, коли відомі: чисельне значення його довжини і *напрямок* у просторі, а в розглянутому прикладі (див. рис 3) *напрямок* відрізків довжиною X й Y на площині не зафіксовано. Зафіксовано лише їхнє *взаємне розташування*.

Таким чином, нам вдалося зафіксувати, поряд зі *скалярними* й *векторними* величинами, новий вид величин. Будемо називати їх ***«величини Галасюка»*** (див. рис. 4). «Величини Галасюка» вважаються визначеними, коли відомі: чисельне значення довжин відрізків і їхнє взаємне розташування.

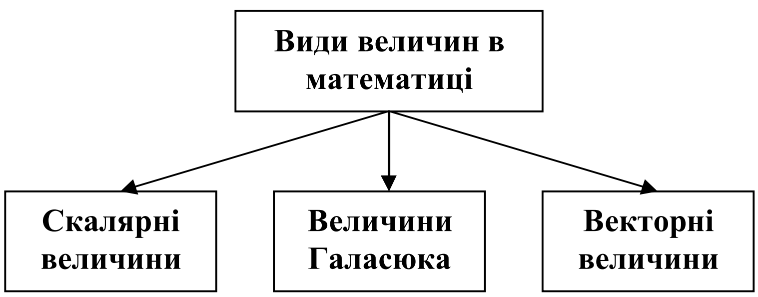

Рис. 4. Види величин в математиці

Отже, ми прийшли до висновку про те, що для порівняння *скалярних* величин X й Y існує єдиний *адекватний* критерій порівняння – критерій вихідного типу X–Y. Якщо ж поряд із критерієм вихідного типу X–Y застосовується й критерій вихідного типу $\frac{X}{Y}$, то в такому випадку ми порівнюємо вже не *скалярні* величини, а *«величини Галасюка»*.

Порівняння «величин Галасюка»

Виникає питання: «У чому складається основа прагнення до використання для порівняння *скалярних* величин X й Y поряд з їх різницею (X–Y), ще і їхнього відношення ($\frac{X}{Y}$)»? Відповідь на це запитання проста: «Прагнення до взаємно ***однозначної*** відповідності порівнюваних величин і результатів їхнього порівняння». Справа в тому, що число можливих пар *скалярних* величин X й Y, у яких різниця X–Y однакова, є нескінченним. З іншого боку, число можливих пар *скалярних* величин X й Y, у яких відношення $\frac{X}{Y}$ однакове, також нескінченне. І тільки спільне фіксування ступеня *нерівності* двох величин X й Y за допомогою двох вихідних типів критеріїв: X–Y й $\frac{X}{Y}$ дозволяє зафіксувати ***єдиний*** варіант пари порівнюваних величин X й Y [4]. *Назвемо таку взаємно однозначну відповідність порівнюваних величин і результатів їхнього порівняння* **«принципом ізоморфізму».**

Образно говорячи, для забезпечення виконання «принципу ізоморфізму» формується трикутник (у даному випадку прямокутний), що є фігурою, що забезпечує «жосткість» конструкції, складеної з декількох відрізків прямої із взаємно закріпленими кінцями, тобто такої, що забезпечує нерухомість цих відрізків один відносно одного.

Введення «величин Галасюка» дозволяє: по-перше, уникнути *неадекватності* застосування до *скалярних* величин критеріїв порівняння вихідного типу $\frac{X}{Y}$; по-друге, забезпечити виконання «принципу ізоморфізму».

Разом з тим, *«величини Галасюка» не можуть бути відображені на* ***числовій осі,*** їх можна відображати на ***площині або у просторі***. **Усвідомлення необхідності використання поряд зі *скалярними* і *векторними* величинами ще і *«величин Галасюка»* приводить до усвідомлення *необхідності порівняння величин на площині або у просторі.***

У «теорії вимірів», як відомо, для *чисельного* порівняння величин використовують кількісні ***шкали***: шкалу інтервалів, шкалу відношень, шкалу різниць і абсолютну шкалу [5,с.44-46]. Шкалою називається сукупність емпіричної системи M, числової системи N і відображення f [5, с.44]. У традиційній теорії вимірів, числовою системою N є сукупність ***дійсних чисел*** і відношень між ними [с. 42,43]. ***Дійсні числа, як відомо, зображуються на числовій осі.*** Вимір полягає у відображенні об'єктів емпіричної системи на безлічі *дійсних чисел* таким чином, щоб відношення між *дійсними числами*, що відображають об'єкти, зберігали відношення між самими об'єктами. Тобто, за допомогою відображення f кожному об'єкту емпіричної системи ставиться у відповідність *дійсне число* [5, с. 43]. При цьому, тільки абсолютна шкала забезпечує *однозначність* відображення об'єктів у числову систему. Тому, в теорії вимірів вона вважається самою досконалою [6,с.27]. При порівнянні двох величин абсолютна шкала єдина з кількісних шкал дозволяє відповісти і на питання: «На скільки одна величина більше іншої?», і на питання: «У скільки разів одна величина більше іншої?» У цьому полягає фундаментальна основа її досконалості.

В теперішній час, наскільки відомо автору, у «теорії вимірів» і «теорії прийняття рішень» для *чисельного* порівняння двох величин використовують винятково *кількісні* ***шкали***. Самою досконалою з них, як вже відзначалося, є *абсолютна шкала*. Але, як було зазначено вище, навіть якщо числовою системою *шкали* порівняння буде *числова вісь*, те цього все рівно буде недостатньо для забезпечення виконання «принципу ізоморфізму».

Для того, щоб забезпечити виконання «принципу ізоморфізму» при *чисельному* порівнянні двох величин, необхідний перехід від відображення об'єктів порівняння на числові системи *дійсних чисел* до їхнього відображення на числові системи *чисел на площині або у просторі*.[4]

Введення в «теорію вимірів» і в «теорію прийняття рішень» додатково до «шкал вимірів» ще й «площин вимірів» і «просторів вимірів» може стати фундаментальною основою якісно нового етапу розвитку цих теорій і наших поглядів на проблеми порівняння величин.

По суті мова йде про введення в теорію вимірів поняття ***«площина вимірів»***. ***Площиною вимірів називається сукупність емпіричної системи M, числової системи N чисел на площини і відображення f***.[5] Фундаментальний розвиток між «*шкалою вимірів*» і «*площиною вимірів*» полягає в тому, що в першому випадку числову систему утворюють *дійсні числа*, а в другому, - ***числа на площині***.

Найпростішою з безлічі «*площин вимірів*» є площина, утворена двома прямими, що перетинаються в просторі, назвемо її «*елементарною площиною вимірів*» або «*якісною площиною вимірів*». У такої площини ідентифікуються: осі двох прямих, точка перетинання двох прямих і кут α між ними (див. рис. 5).

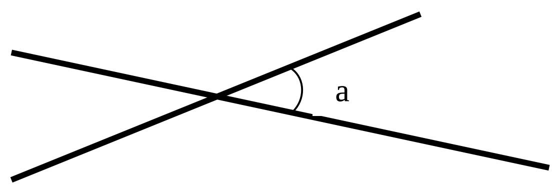

Рис. 5. Елементарна площина вимірів

---

[4] Питання про те, які це можуть бути числа, буде розглянуте нижче.

Застосування «*якісної площини вимірів*» для рішення питань *кількісного* порівняння величин неможливо. Разом з тим, вона, аналогічно шкалам найменувань і порядковим шкалам у традиційній «теорії вимірів», може бути використана для здійснення класифікації об'єктів порівняння і їх впорядкування.

Для *кількісного* порівняння величин необхідні *кількісні площини вимірів*. У *кількісних площин* ідентифікуються: осі двох прямих; точка перетину двох прямих, фіксована як початок відліку; кут α між осями цих двох прямих; масштаб для кожної прямої.

Множина *кількісних площин вимірів* містить у собі в якості одного з елементів *систему прямокутних координат*. У ній, як відомо, ідентифіковані: осі двох прямих; точка перетину цих двох прямих, фіксована як початок відліку; кут α між осями цих двох прямих, рівний 90°; єдиний масштаб для обох прямих. Незважаючи на те, що система прямокутних координат є однією з безлічі кількісних площин вимірів, вона, у силу її простоти й звичності для більшості людей, може бути використана як *основна* для *чисельного* порівняння величин на площині.

Таким чином, говорячи мовою «теорії вимірів», у якості «числових систем» для *чисельного* порівняння величин на площині мною запропоновано використовувати *числові системи чисел на площині.*

Після того, як запропонований принципово новий для традиційної «теорії вимірів» вид числових систем, ми можемо продовжити наш рух по шляху послідовної реалізації «принципу ізоморфізму».

При порівнянні двох «величин Галасюка» X й Y на площині системи прямокутних координат, забезпечується *однозначність* відображення порівнюваних об'єктів у числову систему (див. рис. 6). Будь-яка пара двох порівнюваних «величин Галасюка» X й Y у системі прямокутних координат відображається *однозначно*.

---

[5] Аналогічно можна говорити, що: «Простором вимірів називається сукупність емпіричної системи M, числової системи N чисел у просторі й відображення f».

Неважко помітити, що використання системи прямокутних координат у якості основи числової системи при порівнянні «величин Галасюка» X й Y, забезпечує не тільки виконання «принципу ізоморфізму», але й *адекватність* застосування при їхньому порівнянні критеріїв двох вихідних типів: X-Y й $\frac{X}{Y}$.

Дотепер ми розглядали порівняння *скалярних величин* і «*величин Галасюка*». Чи можна порівнювати між собою ***векторні величини***, тобто спрямовані відрізки і вектори. Положення векторної алгебри заперечують таку можливість. Так, наприклад, в одному з популярних підручників з аналітичної геометрії вказується: «Зауважимо, що стосовно звичайної суми чисел існують ще різні *закони монотонності* – про порівняльну величину додаткових і суми, як, наприклад, сума позитивних додаткових більше кожного з додаткових. Усі ці закони не мають сенсу для суми векторів, тому що поняття «більше» й «менше» незастосовні до векторів» [7, с.192].

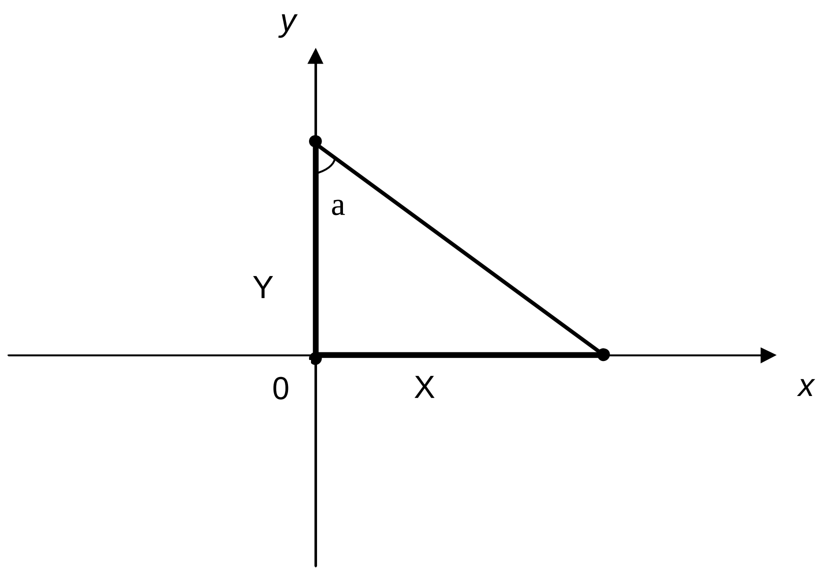

Рис. 6. «Величини Галасюка» в системі прямокутних координат

Незважаючи на зафіксоване векторною алгеброю положення про неможливість порівняння векторів, практика, у тому числі економічна, наполегливо ставить задачу розробки методів порівняння векторних величин. Причина цього полягає в тому, що в «теорії прийняття рішень» кожному з множини рішень, що порівнюються, ставиться у відповідність векторна величина, зафіксована в багатомірному просторі критеріїв. **Для рішення задач чисельного порівняння альтернатив і вибору найкращої з них ми *змушені* здійснювати порівняння векторних величин**.

Порівняння векторних величин

Багато фахівців займалися розробкою різних аспектів проблеми порівняння векторних величин. Проте, дотепер, наскільки мені відомо, *універсального* методу чисельного порівняння векторних величин не вдалося створити нікому. У даній статті буде запропонований такий метод.

Перш ніж приступити до формування *універсального методу чисельного порівняння й вибору рішень* («методу Галасюка для чисельного порівняння векторних величин»), розглянемо *принципово нову класифікацію множини можливих рішень* (див. рис. 7). Ця класифікація буде вельми корисна в наших подальших міркуваннях.

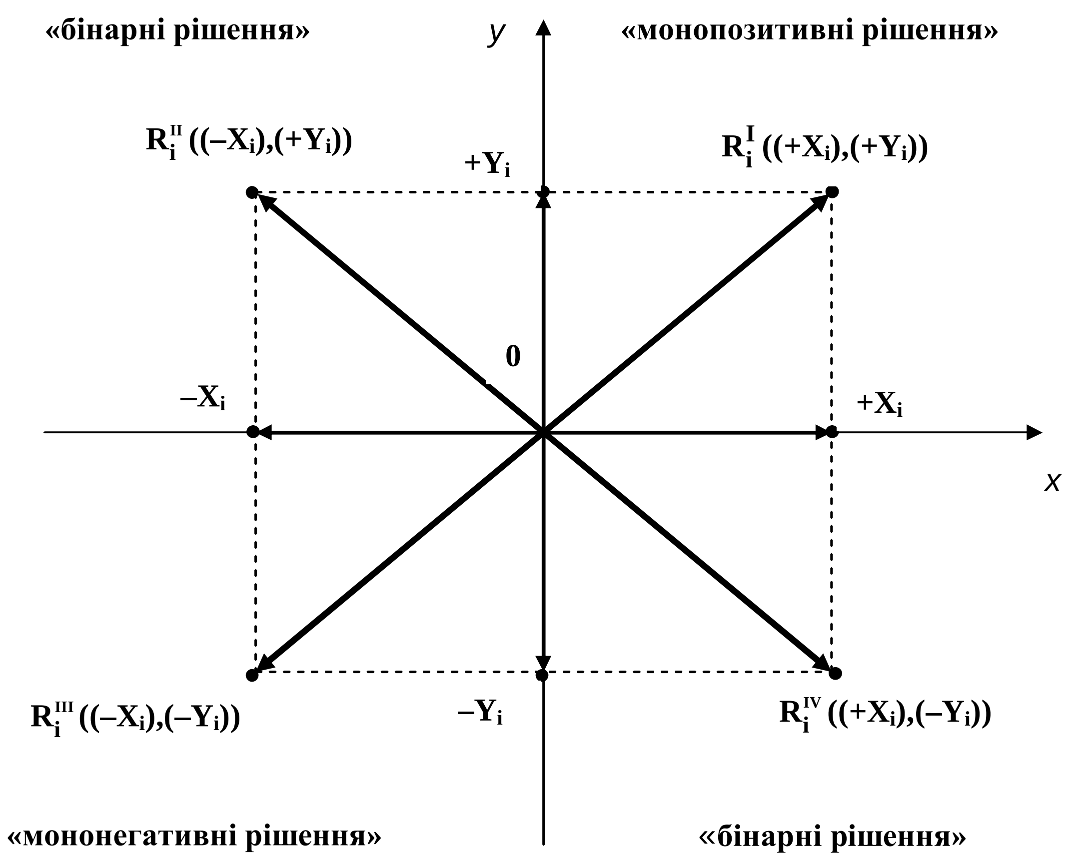

Рис. 7. Класифікація рішень Галасюка

Розглянемо систему прямокутних координат. У ній, як відомо, фіксується чотири квадранти. Якщо ми будемо розглядати на площині системи прямокутних координат векторні величини, що відповідають конкретним рішенням, то знайдемо, що кожному рішенню R_i будуть відповідати значення двох координат X_i й Y_i кінця i-того радіус-вектора з початком у точці О. У контексті рішення задачі двокритеріального порівняння рішень (альтернатив) у всій множині рішень на площині можна виділити *чотири основних підмножини рішень*[6] . Кожному з квадрантів буде відповідати своя підмножина рішень, які ми будемо називати *класами рішень*. Розглянемо докладніше ці ***чотири класи рішень*** (див. рис. 7).

Для рішень першого класу (I квадрант) характерно те, що вони є результатом двох ***позитивних*** факторів. Назвемо такі рішення ***«монопозитивними»***. Для них характерні позитивні, з погляду суб'єкта, що приймає рішення, значення величин X_i й Y_i. Кожна точка R_i^I в першому квадранті буде мати координати ($+X_i$) й ($+Y_i$). ***До монопозитивних рішень (рішень першого класу) відносяться рішення задач «теорії корисності»***. У задачах «теорії корисності» особа, яка приймає рішення, із двох альтернатив, з різним рівнем значень корисних якостей, прагне вибрати рішення, яке має максимальну сукупну корисність. Допустимо, що нам запропоновано з двох рішень вибрати найкраще. Кожне з двох рішень характеризується величиною (X_i) і величиною (Y_i). У першого з них параметр (X_1) більше, а параметр (Y_1) менше, у другого, навпаки, - параметр (X_2) менше, а параметр (Y_2) більше (див. рис. 8). Як, у такому випадку, нам вибрати найкраще рішення? Перше рішення буде характеризуватися вектором $R_1^I((+X_1),(+Y_1))$, а друге, - вектором $R_2^I((+X_2),(+Y_2))$. Значення параметрів (X_i) й (Y_i) ми розглядаємо як позитиви. У такому випадку, ми будемо прагнути до максимального значення кожного з цих двох параметрів.

---

[6] Можна також виділити додатково ще п'ять неосновних підмножин рішень, але в даному випадку, для формування універсального методу чисельного порівняння векторних величин, цього не потрібно.

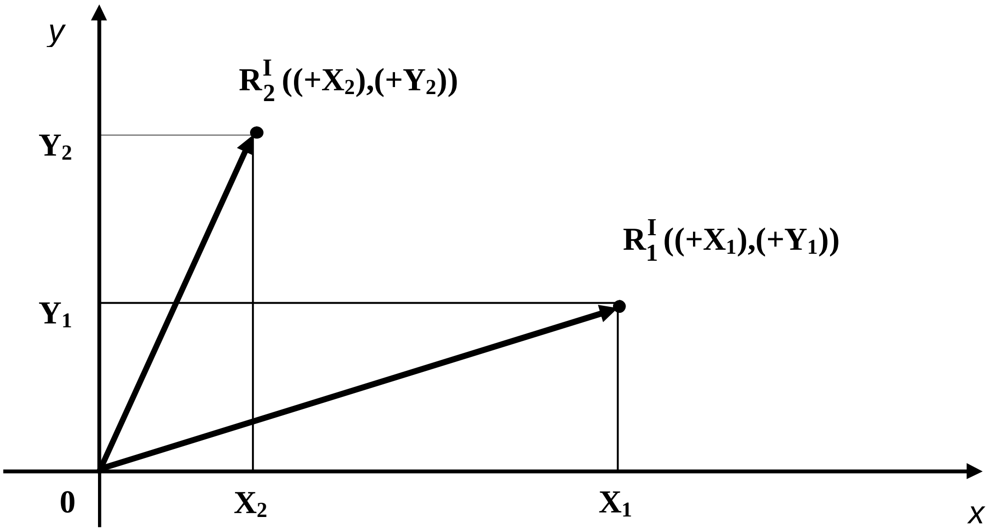

Рис. 8. Порівняння монопозитивних рішень

Оскільки векторні величини, як уже відзначалося, порівнянню не підлягають, то для того, щоб усе-таки здійснити якимось чином їхнє порівняння, необхідно здійснити їхню ***скаляризацію***, - перетворення векторної величини в скалярну. Для того, щоб ця процедура все таки зараховувала і *лінійну* (числову) і *кутову* характеристики векторної величини з одного боку, а з іншого боку забезпечувала виконання «принципу ізоморфізму», необхідно використовувати в системі прямокутних координат прямокутний *трикутник* зі сторонами, довжина яких у першому квадранті чисельно дорівнює координатам ($+X_i$) й ($+Y_i$) кінця результуючого вектора $R_i^I((+X_i),(+Y_i))$.

Відомо, що *результуючою* характеристикою, *однозначно* пов'язаною з довжинами катетів у прямокутному трикутнику, є гіпотенуза (квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів). Тому, саме ***довжина*** гіпотенузи є тією *скалярною* величиною, що, з одного боку, *однозначно* відображає і *лінійну* (числову) і *кутову* характеристики *результуючої* векторної величини стосовно *складаючих* її векторних величин, а з іншого, – забезпечує виконання «принципу ізоморфізму». Отже, процедура розрахунку ***довжини*** гіпотенузи є шуканою процедурою ***скаляризації***.

У свою чергу, *довжина гіпотенузи* (довжина результуючого вектора r_i^I) трикутника з катетами довжиною ($+X_i$) і ($+Y_i$) як відомо дорівнює:

$$r_i^I = +\sqrt{(+X_i)^2 + (+Y_i)^2}\ . \qquad (1)$$

Оскільки в традиційній геометрії *довжина гіпотенузи* не може бути від'ємною, то, відповідно, й *довжина результуючого вектора* r_i^I також не може бути від'ємною.

Таким чином, для *монопозитивних рішень* (рішення задач «теорії корисності») критерієм чисельного порівняння й вибору рішень може служити *довжина* результуючого вектора r^I_i.

Розглянемо *рішення третього класу* (третій квадрант) (див. рис. 7). Для них характерно те, що вони є результатом винятково ***негативних*** факторів. Тобто, величини X_i й Y_i з погляду суб'єкта *негативні*. Будемо називати *рішення третього класу* **«*мононегативними*»**. Кожна точка R_i^{III} в третьому квадранті буде мати координати $(-X_i)$ й $(-Y_i)$. *Мононегативні рішення* вибираються за принципом: «Із двох зол вибирають найменше». До задач такого типу відносять, наприклад, метод порівняння варіантів економічних рішень по приведених витратах. Є очевидним, що в третьому квадранті (див. рис. 9) найкращим буде рішення з ***найменшою*** по абсолютній величині ***довжиною*** результуючого вектора r_i^{III}:

$$\left|r_i^{III}\right| = +\sqrt{(-X_i)^2 + (-Y_i)^2}\ . \qquad (2)$$

Таким чином, для *мононегативних рішень* критерієм чисельного порівняння і вибору рішень може служити *модуль довжини* результуючого вектора r_i^{III}.

Порівняємо і-те рішення з першого квадранта: R_i^I $((+X_i),(+Y_i))$ з і-тим рішенням із третього квадранта: R_i^{III} $((-X_i),(-Y_i))$. Припустимо, що $\left|+X_i\right| = \left|-X_i\right|$, а $\left|+Y_i\right| = \left|-Y_i\right|$. Тоді в цьому випадку, виходячи з формул (1) і (2) одержимо, що $r_i^I = r_i^{III}$. Математично це вірно, однак, ми розуміємо, що насправді це не відповідає дійсності. Адже результуючі вектори розрізняються, а їх характеристики ні. Звідси, як може здаватися, випливає висновок, що при порівнянні результуючих векторних величин з першого і третього квадрантів необхідно порівнювати не *довжини* і *модулі* векторів, а *величини* векторів, тобто *довжини* векторів з урахуванням їх знака («+» або «–»).

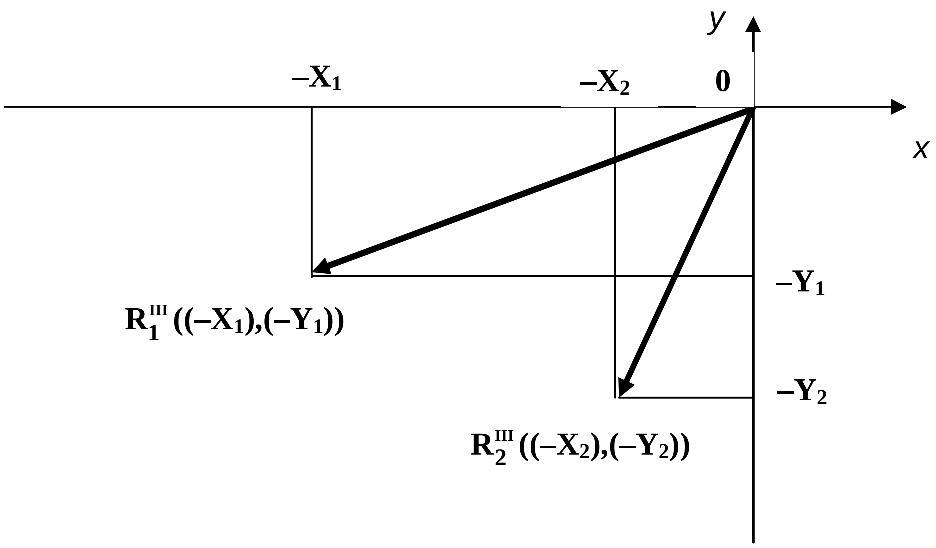

Рис. 9. Порівняння мононегативних рішень

*Рішення першого класу (монопозитивні рішення), є рішеннями, що враховують виняткова **позитивні** для суб'єкта фактори.* Разом з тим, мої дослідження показали [4], що для ***економічних рішень*** характерна наявність як ***позитивних*** (*додатних*), так і ***негативних*** (*від'ємних*) умовно-грошових потоків(див. рис. 10).

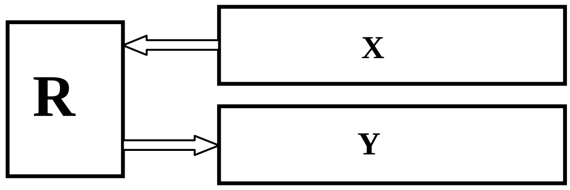

Рис. 10. Елементарна модель економічного рішення

Так – це більше *так*, ніж *ні*. *Ні* – це більше *ні*, ніж *так*. Кожне *так* містить у собі *ні* і будь-яке *ні* містить у собі *так*. Немає абсолютного *так* й немає абсолютного *ні*. Саме цю філософську позицію відображає *елементарна модель **економічного** рішення*, запропонована мною (див. рис. 10). Алгебраїчно ця модель виражається наступним рівнянням:

$$R_i = X_i - Y_i, \tag{3}$$

де R_i – вартість i-того рішення;

X_i – сумарна вартість додатних умовно-грошових потоків (CCF)[7] , що відповідають i-тому рішенню;

---

[7] CCF (Conventional cash flow) – потік об'єктів економічних відношень між субєктами економічних відношень у визначений період часу, виражений в грошовому еквіваленті.

Y_i – сумарна вартість від'ємних умовно-грошових потоків (CCF), що відповідають і-тому рішенню.

Формулу (3) можна представити у вигляді суми двох величин X_i й Y_i, одна з яких від'ємна:

$$R_i = (+X_i) + (-Y_i). \qquad (4)$$

У цьому випадку неважко знайти, що рівняння (4) відповідає *четвертому класу рішень*, тобто рішенням з четвертого квадранта системи прямокутних координат: R_i^{IV} ((+ X_i), ($-Y_i$)) (див. рис. 7). Назвемо рішення *четвертого класу* ***«бінарними рішеннями»***. *Рішення другого класу* R_i^{II} (($-X_i$), ($+Y_i$)) (другий квадрант*) також є* ***«бінарними рішеннями»***, у яких *складові* величини Y_i – додатні, а *складові* величини X_i – від'ємні. ***Економічні рішення у більшості випадків є бінарними рішеннями.***

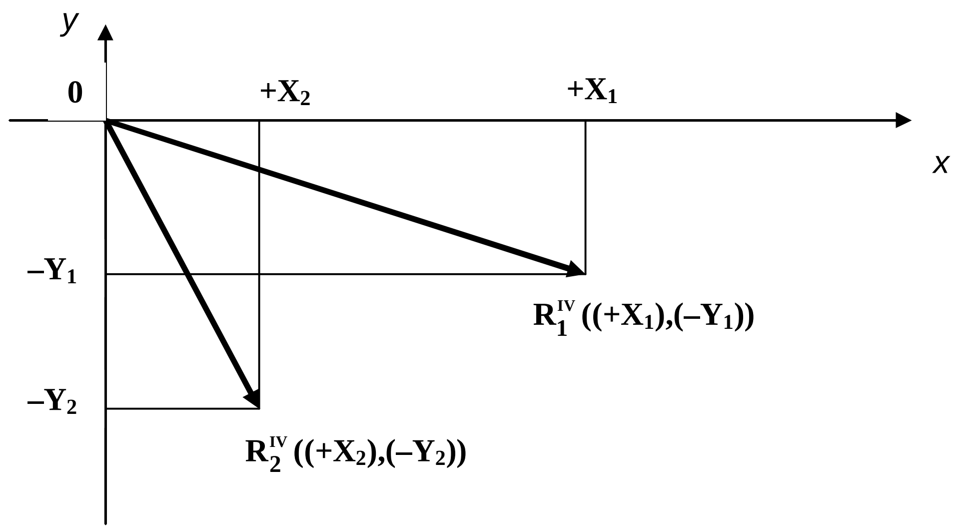

Рис. 11. Порівняння бінарних рішень у четвертому квадранті

Розглянемо порівняння *бінарних рішень* у четвертому квадранті (див. рис. 11) і порівняння *бінарних рішень* у другому квадранті (див. рис 12). Оскільки процедури порівняння *бінарних рішень* у другому і четвертому квадрантах аналогічні, то для спрощення ми будемо розглядати ці процедури на прикладі четвертого квадранта системи прямокутних координат.

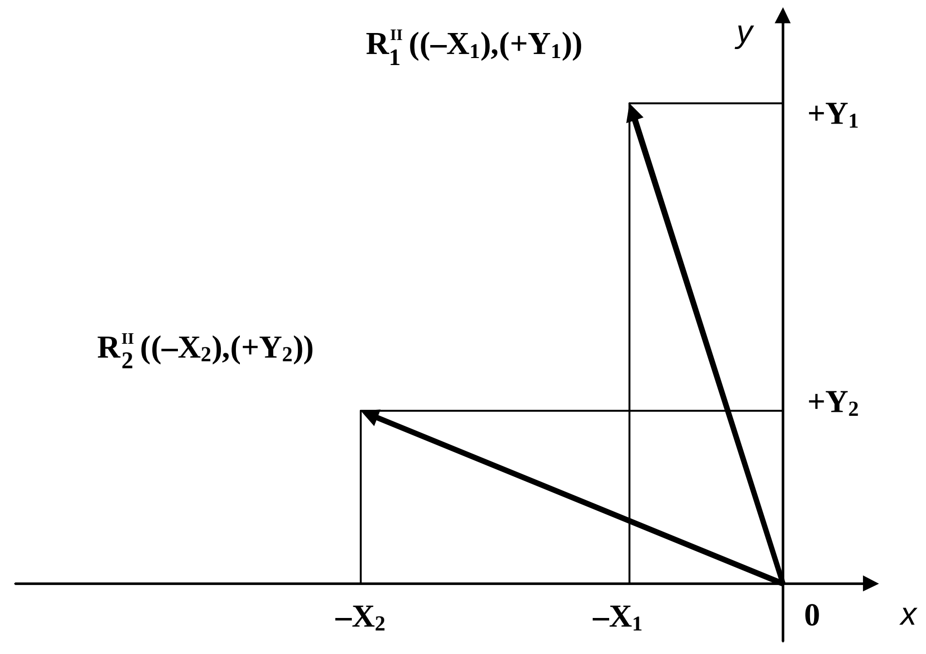

Рис. 12. Порівняння бінарних рішень у другому квадранті

Якщо, за аналогією з *монопозитивними* рішеннями ми спробуємо порівнювати і *бінарні* рішення за допомогою *довжини* результуючого вектора, то можемо знайти проблему. Ця проблема буде полягати в тому, що в деяких випадках рішення (R_i^{IV}), у яких від'ємні умовно-грошові потоки ($-Y_i$) по абсолютній величині більше додатних ($+X_i$), можуть характеризуватися *довжиною* вектора (r_i^{IV}), що перевищує за своїм значенням *довжину* вектора, котрий відповідає рішенню, у якого додатні умовно-грошові потоки більші за від'ємні по абсолютній величині. Тобто, ми зіткнемося з випадками, у яких *фактична ситуація і її оцінка* ***принципово не співпадають***. З цього випливає, що ***метод порівняння довжин векторів, прийнятний для монопозитивних рішень, не прийнятний для чисельного порівняння бінарних рішень.***

Очевидним є те, що в четвертому і в другому квадрантах ми не можемо ігнорувати *знаки* величин X_i й Y_i, оскільки в цих випадках вони мають істотне значення.

Якщо ми врахуємо *знаки* величин X_i й Y_i і підставимо їхні значення у формулу (1), то отримаємо наступне вираження довжини *результуючого* вектора для четвертого квадранта:

$$r_i^{IV} = +\sqrt{(+X_i)^2 + (-Y_i)^2}\,. \tag{5}$$

Неважко помітити, що *тільки* за допомогою врахування *знаків* величин X_i й Y_i нам не вдалося вирішити проблему. Від зміни знака величини Y_i із плюса на мінус *довжина* результуючого вектора r_i^{IV} не змінилася. Не змінилося навіть значення квадрата величини ($-Y_i$) у підкореневому виразі формули (5). Тобто, для двох *різних* векторних величин ми маємо *ідентичні* характеристики їхньої *довжини*. Це означає невиконання «принципу ізоморфізму». Отже, необхідно принципово нове рішення цієї проблеми.

У підкореневому виразі формули (5) нам необхідно врахувати *знак* не тільки в дужках, але й за дужками, тобто, величина $(-Y_i)^2$ повинна мати ***від'ємне*** значення:

$$(-Y_i)^2 = -(-Y_i)^2. \tag{6}$$

Дійсні числа, як відомо, від'ємних квадратів не мають. Тому, на перший погляд може здаватья, що таке рівняння ми зможемо одержати лише в тому випадку, якщо величини X_i і Y_i будуть не *дійсними*, а ***комплексними*** числами. Адже для *комплексних* чисел характерно те, що їхні квадрати можуть мати від'ємне значення [9, с.153].

Проте, більш глибокий аналіз показує, що в нашому випадку ми маємо справу не з *комплексними* числами. У чому підстави для такого висновку? Справа в тому, що комплексні числа, як відомо, мають вигляд:

$$X + Y\boldsymbol{i}, \tag{7}$$

де X – абсциса комплексного числа,

Y – ордината комплексного числа,

$\boldsymbol{i}$ – уявна одиниця[8] .

Традиційне відображення комплексних чисел на систему прямокутних координат *асиметричне*, - для одних величин (Y_i) на площині прямокутних координат значення квадратів можуть бути від'ємними, а для інших (X_i), - не можуть. Адже дійсні числа (у комплексній формі вони мають вигляд $a + 0\boldsymbol{i}$) зображують точками осі x, а уявні (у

---

[8] Уявні числа вперше були введені італійським математиком Дж. Кардано в середині XVI століття. Він називав їх «софістичними» (тобто «мудрованими»). Р. Декарт в 30-х роках XVII століття ввів назву «уявні числа». В 1831 році К. Гаусс вперше ввів поняття «комплексного числа».

комплексній формі вони мають вигляд 0 + b*i*) – точками осі *y*. Ця асиметричність не є прийнятною для задач порівняння альтернатив (рішень). Адже параметри альтернатив (рішень), особливо, якщо мова йде про *економічні* рішення, *такої* асиметричності не мають.

Може здаватися, що для того, щоб забезпечити *симетричність* у зазначеному аспекті, достатньо і на осі *x*, і на осі *y* зображувати ***уявні числа***, адже їхні квадрати можуть бути від'ємними.

Безумовно, відображення альтернатив (рішень) на числовій системі, що складається з *уявних* чисел, вирішує зазначену проблему *асиметричності*. Однак, у цьому випадку не забезпечується виконання «принципу ізоморфізму». Адже математики стверджують, що: «Ввівши в розгляд уявні числа, можна сказати, що неповне квадратне рівняння $x^2=m$ ***завжди має два корені*** (виділене мною). Якщо $m>0$, ці корені дійсні; вони мають однакову абсолютну величину і різні за знаком. Якщо $m=0$, обидва вони дорівнюють нулю; якщо $m<0$ – вони уявні» [9, с.147].

Для того, щоб у четвертому квадранті при порівнянні *«бінарних рішень»* забезпечувалося виконання «принципу ізоморфізму» необхідне введення ***фундаментально нових чисел***. Назвемо ці числа ***«числами Галасюка»*** і для того, щоб відрізняти їх від інших чисел, будемо позначати їх знаком «~» над числом. Наприклад: $\tilde{X}$ і $\tilde{Y}$ – числа Галасюка.

Фундаментальна новизна «чисел Галасюка» полягає в тому, що вони, на відміну від усіх інших чисел, що застосовуються у сучасній математиці, мають наступні суттєві ідентифікаційні ознаки:

1) ***Квадрат від'ємного числа дорівнює від'ємному значенню його квадрата;***
2) ***Корінь квадратний з від'ємного числа дорівнює від'ємному значенню кореня квадратного з цього числа;***
3) ***Корінь квадратний з додатного числа дорівнює додатному значенню кореня квадратного з цього числа.***

Зазначені ідентифікаційні ознаки «чисел Галасюка» можна виразити також наступними формулами:

$$(-\widetilde{G})^2 = -(-\widetilde{G})^2, \tag{8}$$

$$\sqrt{(-\widetilde{G})} = -\sqrt{(-\widetilde{G})}, \tag{9}$$

$$\sqrt{(+\widetilde{G})} = +\sqrt{(+\widetilde{G})}. \tag{10}$$

Положення про те, що квадрат додатного числа дорівнює додатному значенню його квадрата , по суті, уже використовується в традиційній математиці:

$$(+\widetilde{G})^2 = +(+\widetilde{G})^2. \tag{11}$$

У більш місткому інформаційному форматі ідентифікаційні ознаки «чисел Галасюка» (див. вирази (8) – (11)) можна зафіксувати формулами:

$$\sqrt{(-\widetilde{G})^2} = -\widetilde{G}, \tag{12}$$

$$\sqrt{(+\widetilde{G})^2} = +\widetilde{G}. \tag{13}$$

Аналіз суті ідентифікаційних ознак «чисел Галасюка» свідчить, що ці числа можна ще називати *числами, що зберігають знак, орієнтованими числами, або «економічними числами Галасюка»*. Введення «чисел Галасюка» дозволило: по-перше, виключити специфічну *асиметричність* відображення *комплексних чисел* на площині системи прямокутних координат, а по-друге, уникнути зазначеної вище *двозначності*, властивої *уявним числам*, і, тим самим, забезпечити виконання «принципу ізоморфізму».

Варто звернути увагу, що для «чисел Галасюка» характерні ще надзвичайно важливі ідентифікаційні ознаки:

1) ***Добуток двох «чисел Галасюка» має додатне значення, якщо найбільше за модулем число має додатне значення;***

2) ***Добуток двох «чисел Галасюка» має від'ємне значення, якщо найбільше за модулем число має від'ємне значення»;***

3) ***Добуток двох «чисел Галасюка» дорівнює нулю якщо їхні модулі рівні, а знаки протилежні.***

Математично ці ідентифікаційні ознаки «чисел Галасюка» можна виразити таким чином:

$$(+\tilde{X})\cdot(-\tilde{Y})>0, \text{ якщо } (+\tilde{X})+(-\tilde{Y})>0; \tag{14}$$

$$(+\tilde{X})\cdot(-\tilde{Y})<0, \text{ якщо } (+\tilde{X})+(-\tilde{Y})<0; \tag{15}$$

$$(+\tilde{X})\cdot(-\tilde{Y})=0, \text{ якщо } (+\tilde{X})+(-\tilde{Y})=0. \tag{16}$$

Зазначена сукупність ідентифікаційних ознак «чисел Галасюка» свідчить про їхню фундаментальну відмінність від: дійсних чисел, уявних чисел, комплексних чисел, векторних чисел, подвійних чисел, квадрачисел, кватерніонів, бікватерніонів, матричних чисел, трансфінітних чисел, гіперкомплексних чисел, а також, від відомих дотепер видів функціональних чисел. Це дозволяє кваліфікувати «числа Галасюка» як фундаментально нові.

Очевидним є те, що «числам Галасюка» будуть властиві специфічні правила виконання математичних операцій: додавання, віднімання, множення, зведення в ступінь, добування кореня… *Ці питання являють собою новий напрямок для досліджень математиків.*

У векторній алгебрі, як відомо, розрізняють ***довжину*** і ***величину*** спрямованого відрізка. ***Довжиною*** $|\overrightarrow{AB}|$ спрямованого відрізка $\overrightarrow{AB}$ називають довжину $|AB|$ відповідного ненаправленого відрізка $|\overline{AB}|$. ***Величиною*** (чи *алгебраїчним значенням*) спрямованого відрізка $\overrightarrow{AB}$ на орієнтованій прямій а називають його довжину, якщо цей відрізок орієнтований позитивно, і його довжину, узяту зі знаком мінус, якщо цей відрізок орієнтований негативно [8, с. 25]. Оскільки знак («+» або «–») спрямованого відрізка відіграє істотну роль у задачах прийняття рішень, то в основу формованого універсального методу чисельного порівняння векторних величин, як вважається на перший погляд, доцільно покласти не порівняння ***довжин*** векторів, а порівняння ***величин*** векторів.

Це положення є фундаментально важливим, оскільки дотепер у теорії прийняття рішень у більшості випадків у якості об'єктів порівняння (виміру) використовували *виняткково* ***довжини або модулі довжини***, а не їх ***величини***, зневажаючи при цьому їх знаками.

Варто звернути увагу ще на один надзвичайно важливий аспект порівняння *векторних* величин. Для цього розглянемо рисунок 13.

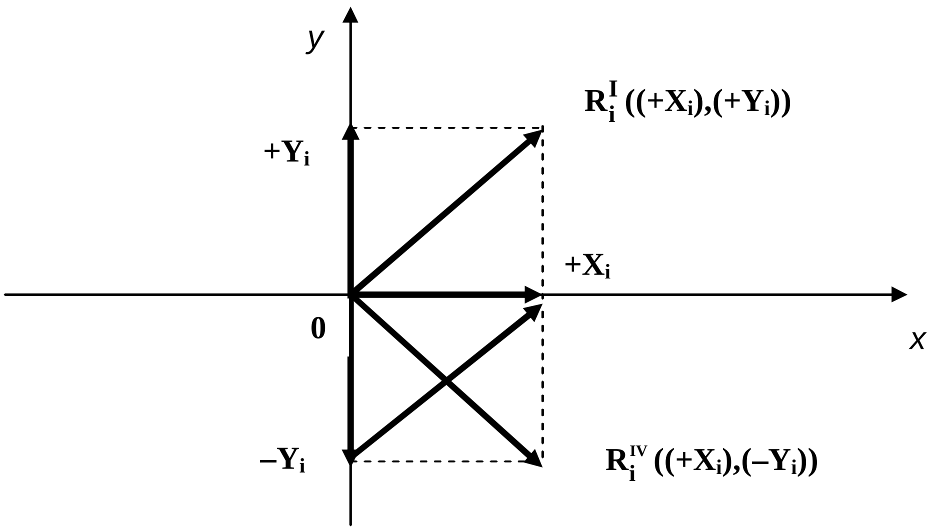

Рис. 13. Порівняння двох результуючих векторних величин з першого й четвертого квадрантів.

На рис. 13 величини *результуючих* векторів з першого і четвертого квадрантів формуються як підсумок додавання двох *складових* векторів. При цьому, один зі *складових* векторів, - вектор OX_i, є загальним у *результуючих* векторів з першого і четвертого квадрантів, а пара інших *складових* векторів має однакову *довжину* $|+Y_i| = |-Y_i|$. У першому квадранті *результуючий* вектор визначається *однозначно* у вигляді *радіус-вектора*. У четвертому квадранті *результуючий* вектор також може бути представлений у вигляді *радіус-вектора*. Адже відповідно до правила ***додавання*** векторів: «Сумою двох векторів А і В називають такий третій вектор С, що виходить з їхнього загального початку, який служить діагоналлю паралелограма, сторонами якого є вектори, що складаються» [7, с. 189].

З іншого боку, правило ***віднімання*** векторів говорить: «…щоб з одного вектора відняти інший, потрібно віднести їх до загального початку і провести вектор з кінцевої точки вектора - від'ємника в кінцеву точку вектора – зменшуваного» [7, с. 192].

Більш того, існує ще одне правило ***віднімання***: «…щоб з вектора $\overrightarrow{OA}$ відняти вектор $\overrightarrow{OB}$, треба додати до $\overrightarrow{OA}$ вектор $\overrightarrow{OB}_1$, рівний по довжині вектору $\overrightarrow{OB}$, але протилежно спрямований» [7, с. 192].

Два останні правила свідчать на користь того, що *результуючий* вектор у четвертому квадранті, зазначений як *різниця* між *складаючими* його векторами OX_i і $O(-Y_i)$, *нібито* ***дорівнює*** *результуючому* вектору в першому квадранті. Адже, відповідно до положень математики: «Вектори $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{A_1B_1}$ називаються рівними, якщо один з них може бути отриманий з іншого паралельним переносом, тобто рухом, при якому вектор $\overrightarrow{AB}$ переміщується паралельно самому собі так, що точка А рухається по відрізку $\overline{AA_1}$, а точка В – по відрізку $\overline{BB_1}$» [8, с. 11].

Отже, наведені вище положення аналітичної геометрії свідчать на користь того, що *результуючі* вектори з першого і четвертого квадранта у прикладі що розглядається *нібито* ***рівні***. Разом з тим, ***є очевидним***, що ***результуючі вектори в першому і четвертому квадрантах не рівні***. *Особливо ми відчуємо цю* ***нерівність****, якщо уявимо собі, що порівнюємо економічні рішення, і величини* X_i *й* Y_i *у цьому випадку будуть виражені в грошових одиницях.*

Варто звернути увагу, що порівняння *результуючих* векторів з першого і четвертого квадрантів, представлених у виді ***радіус-векторів***: $R_i^{I}((+X_i),(+Y_i))$ і $R_i^{IV}((+X_i),(-Y_i))$, не приводить нас до *помилкового висновку* про *рівність* цих *результуючих* векторів.

Таким чином, ми дійшли до важливого висновку про те, що, *для того, щоб* ***коректно*** *порівняти дві векторні величини, необхідно, щоб їхні нульові (початкові) точки співпадали.* Назвемо цю вимогу ***«Принципом співпадіння початкових (нульових) точок порівнюваних векторних величин».*** Невиконання цього принципу, як було тільки що продемонстровано, приводить до проблем при порівнянні векторних величин.

Викладене вище свідчить на користь застосування для порівняння векторних величин не *векторів*, а ***радіус-векторів***.

По суті, ми дійшли висновку про необхідність використання афінних координат для задач порівняння альтернатив (рішень), оскільки в цьому випадку «зіставивши кожній точці її радіус-вектор, ми одержимо бієктивну відповідність

$$\text{точка } A \mapsto \text{її радіус-вектор } r_A$$

між множиною всіх точок (прямої, площини або простору) і множиною усіх векторів…»[9][8,с.164].

Звернемо увагу, що прямі, площини і простори, для яких задані афінні координатні системи, є *орієнтованими*. Однак, вибір двох різних орієнтацій для двох орієнтованих афінних площин призводить до різних спеціальних афінних площин [8,с. 712]. Разом з тим, оскільки для *економічних рішень* повинні виконуватися принципи: *суб'єктивності економічних оцінок* й *абсолютності економічних оцінок* [4], то конкретний суб'єкт економічних відносин буде прагнути до єдино можливої суб'єктивної орієнтації афінної координатної системи, що використовується ним для порівняння економічних рішень й відповідній його суб'єктивним цілям та інтересам.

Таким чином, два економічних принципи: принцип суб'єктивності економічних оцінок і принцип абсолютності економічних оцінок, у геометричному аспекті трансформуються в ***«принцип унікальної суб'єктивної орієнтації афінної координатної системи при порівнянні економічних рішень».*** Ясно, що реалізація цього принципу не відміняє необхідності виконання ***«принципу співпадіння початкових (нульових) точок порівнюваних векторних величин»***. Наслідком необхідності виконання двох зазначених принципів є вибір у якості основи числової системи для відображення порівнюваних рішень, - ***центрованих суб'єктивно-орієнтованих афінних площин.*** Координатними системами центроафінної геометрії є, як відомо, афінні координатні системи з початком відліку в точці О.

[9] Бієктивна відповідність – взаємно однозначна відповідність.

Для рішення задачі порівняння рішень і вибору найкращого з них важливо, що: «Точки центрованої афінної площини знаходяться в природній бієктивній відповідності з векторами з Vect(2) (точці M відповідає її радіус-вектор $\overrightarrow{OM}$)» [8, с.712].

Таким чином, ***для забезпечення виконання «принципу ізоморфізму» при порівнянні економічних рішень, доцільне використання в якості основи числової системи, - центрованих суб'єктивно-орієнтованих афінних площин.***

Для забезпечення виконання «принципу ізоморфізму» при багатокритеріальному порівнянні альтернатив, доцільне використання в якості основи числової системи, - центрованих суб'єктивно-орієнтованих афінних просторів.

Тепер ми можемо знову повернутися до порівняння двох векторів з першого і четвертого квадрантів. Очевидно, що з погляду суб'єкта, що приймає рішення, величини *складових* векторів, у першому квадранті будуть мати додатні значення ($+X_i$ й $+Y_i$), а величини *складових* векторів у четвертому квадранті, - додатні ($+X_i$) і від’ємні ($-Y_i$) значення.

Універсальна формула для розрахунку на основі чисел Галасюка ***фундаментально нової міри радіус-вектора*** ($\tilde{G}_i$) у будь-якому з чотирьох квадрантів системи прямокутних координат буде мати наступний вигляд:

$$\tilde{G}_i = \pm\sqrt{\pm(\pm\tilde{X}_i)^2 \pm (\pm\tilde{Y}_i)^2}\ , \qquad (17)$$

де $\tilde{X}_i$, $\tilde{Y}_i$ – координати і-того радіус-вектора, виражені числами Галасюка.

У кожному з чотирьох квадрантів системи прямокутних координат, побудованої на множині чисел Галасюка, формула (17) буде мати особливий вигляд:

у першому квадранті (для монопозитивних рішень) -

$$\tilde{G}_i^{I} = +\sqrt{+(+\tilde{X}_i)^2 + (+\tilde{Y}_i)^2}\ ; \qquad (18)$$

в другому квадранті (для бінарних рішень) -

$$\widetilde{G}_i^{II} = \pm\sqrt{-(-\widetilde{X}_i)^2 + (+\widetilde{Y}_i)^2}\ ; \qquad (19)$$

у третьому квадранті (для мононегативних рішень) -

$$\widetilde{G}_i^{III} = -\sqrt{-(-\widetilde{X}_i)^2 - (-\widetilde{Y}_i)^2}\ ; \qquad (20)$$

у четвертому квадранті (для бінарних рішень) -

$$\widetilde{G}_i^{IV} = \pm\sqrt{+(+\widetilde{X}_i)^2 - (-\widetilde{Y}_i)^2}\ . \qquad (21)$$

Проаналізувавши формули (18) – (21) неважко помітити, що області додатних і від'ємних значень чисел Галасюка в системі прямокутних координат будуть розташовуватися наступним чином (див. рис. 14).

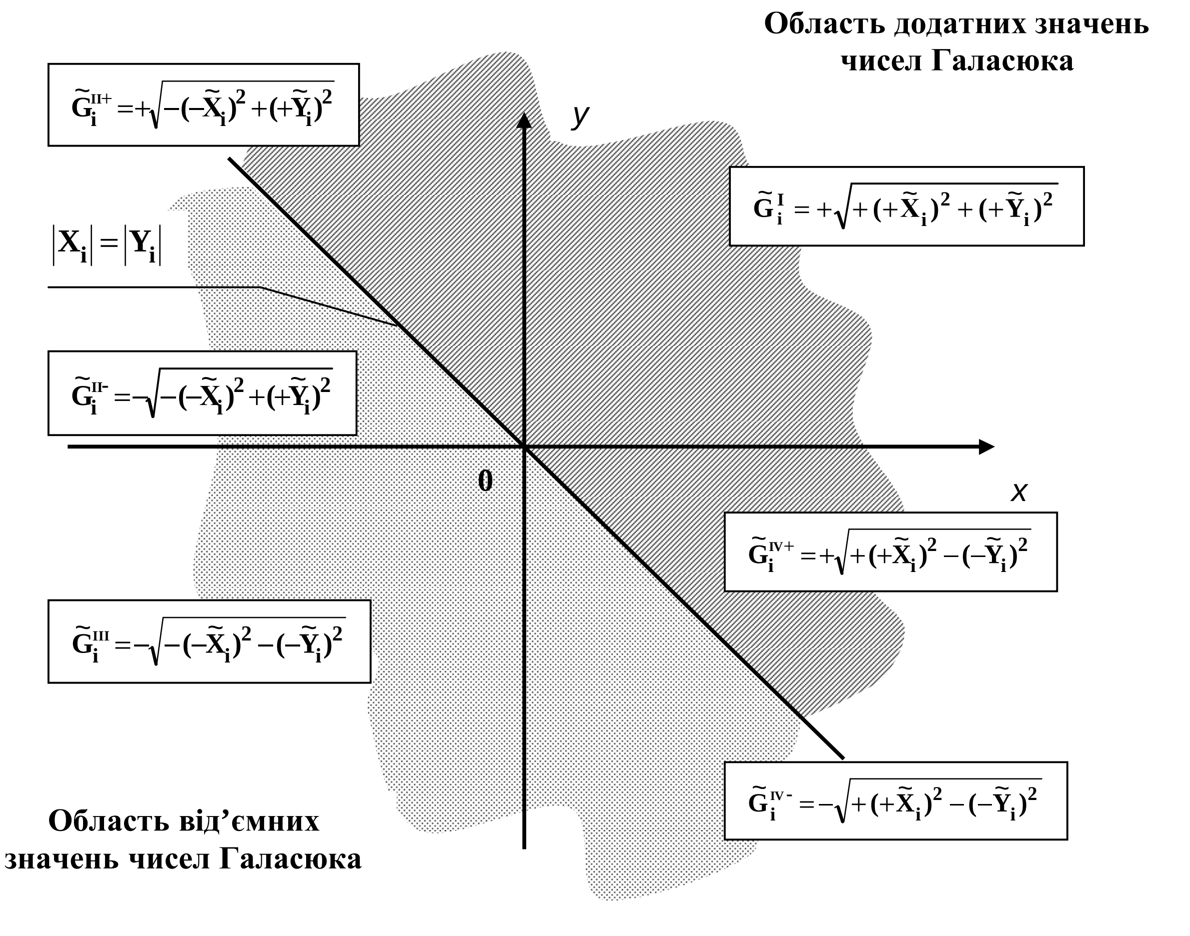

Рис. 14. Області додатних й від'ємних значень чисел Галасюка в системі прямокутних координат

Важливо також звернути увагу на той факт, що в результаті введення «чисел Галасюка» ми сформували ***фундаментально нову міру радіус-векторів***, якої дотепер не існувало ні у векторній геометрії, ні у векторній алгебрі, ні в теорії вимірів, ні в теорії прийняття рішень. Ця фундаментально нова міра радіус-векторів не відповідає ні традиційному поняттю *довжини* вектора, ні традиційному поняттю *величини* вектора. Назвемо цю міру ***«критерій Галасюка»***.

Введення «чисел Галасюка» і, відповідно, «критерію Галасюка» дозволяє зробити висновок про те, що ***адекватною числовою системою для чисельного порівняння економічних рішень є центрована, суб'єктивно-орієнтована афінна площина, побудована на множині чисел Галасюка***.

У свою чергу, ***адекватною числовою системою для багатокритеріального чисельного порівняння рішень є центрований, суб'єктивно-орієнтований афінний простір, побудований на множині чисел Галасюка.***

Для випадку багатокритеріального чисельного порівняння рішень можна запропонувати наступний вид формули «критерію Галасюка»:

$$\widetilde{G}_i = \pm\sqrt{\pm(\pm\widetilde{X}_{i1})^2 \pm (\pm\widetilde{X}_{i2})^2 ... \pm (\pm\widetilde{X}_{ij})^2 ... \pm (\pm\widetilde{X}_{im})^2}\,, \tag{22}$$

де i – номер i-того рішення,

j – номер j-того критерію порівняння (j=1,2…m),

$\widetilde{X}_{ij}$ –величина j-того критерію порівняння i-того рішення, виражена числом Галасюка.

У більш місткому інформаційному форматі, формула (22) буде мати вигляд:

$$\widetilde{G}_i = \pm\sqrt{\sum_{j=1}^{j=m} \pm(\pm\widetilde{X}_{ij})^2}\,. \tag{23}$$

Якщо врахувати також факт того, що суб'єкти, що приймають рішення, кожному з m критеріїв можуть поставити у відповідність деякі вагові коефіцієнти (g_{ij}), то формула «критерію Галасюка» у цьому випадку прийме вигляд:

$$\widetilde{G}_i = \pm\sqrt{\pm g_{i1}(\pm\widetilde{X}_{i1})^2 \pm g_{i2}(\pm\widetilde{X}_{i2})^2 ... \pm g_{ij}(\pm\widetilde{X}_{ij})^2 ... \pm g_{im}(\pm\widetilde{X}_{im})^2}\,, \tag{24}$$

де g_{ij} – ваговий коефіцієнт j-того критерію порівняння i-того рішення.

У більш місткому інформаційному форматі формула (24) буде мати вигляд:

$$\widetilde{G}_i = \pm\sqrt{\sum_{j=1}^{j=m} \pm g_{ij}(\pm\widetilde{X}_{ij})^2}\,. \tag{25}$$

Підводячи підсумок, необхідно відзначити, що «критерій Галасюка» – універсальний критерій, який дозволяє вибрати найкраще з множини порівнюваних рішень при їхньому багатокритеріальному чисельному порівнянні в багатомірному просторі критеріїв, що є центрованим, суб'єктивно-орієнтованим афінним простором на множині чисел Галасюка.

Остання обставина дає підстави вважати актуальною розробку положень *нової центроафінної геометрії на множині чисел Галасюка (геометрії «Галасюка»).* Оскільки її положення, у свою чергу, будуть фундаментальною основою для формування нової парадигми вартості.

Література:

1. Галасюк Валерий, Галасюк Виктор. Эффект «G-гиперболизма» или как сравнивать несравнимое / Вісник Академії економічних наук України. – 2003.- № 1.–С.123-132
2. www.galasyuk.com
3. Галасюк Валерій, Зимін Олександр, Галасюк Віктор. Обережно – індекси росту! Чи ще раз про ефект «G-гіперболизму». / Аудитор України. – 2005. – № 2. – С. 17-22.
4. Галасюк В.В. Проблемы теории принятия экономических решений: Монография. – Днепропетровск: Новая идеология, 2002. – 304 с.
5. Евланов Л.Г. Теория и практика принятия решений / Редкол.: Е.М. Сергеев и др. – М.: Экономика, 1984. – 176 с.
6. Кулагин О.А. Принятие решений в организациях: Учеб. пособие. СПб.: Изд. дом «Сентябрь», 2001. – 148 с.
7. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издание двадцать шестое. Стереотипное. – М. Госиздат физмат. литературы, 1961. – 299 с.

8. Постников М.М. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, 1973. – 751 с.
9. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. – М.: Наука, 1976. – 335 с.

Автор:

***Валерій Галасюк** – академік АЕН України, генеральний директор аудиторської фірми* «КАУПЕРВУД» *(м. Дніпропетровськ), член Аудиторської Палати України, голова ревізійної комісії Українського товариства оцінювачів, член Правління Асоціації платників податків України, член виконкому Українського товариства фінансових аналітиків.*

®

Координати автора:

Консалтингова група «КАУПЕРВУД»,

Україна, м. Дніпропетровськ, вул. Гоголя 15-а,

тел./факси: (38 0562) 47-16-36, 47-83-98, (38 056) 370-19-76

e-mail: vv@galasyuk.com; vv@inkon.dnepr.net,

www: www.galasyuk.com; www.cowperwood.dnepr.net